

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»

Кафедра прикладної математики



«ЗАТВЕРДЖЕНО»

завідувач кафедри

Сдвижкова О.О.

«29» серпня 2025 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Інтегральні рівняння»

Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітньо-професійна програма.....	Математичне моделювання систем і процесів
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Статус	Обов'язкова
Загальний обсяг	3 кредити ЄКТС (90 годин)
Форма підсумкового контролю.....	Диференційований залік
Термін викладання	9, 10 чверті
Мова викладання	Українська

Викладачка: доц. Олевська Ю.Б.

Дніпро
НТУ «ДП»
2025

Робоча програма навчальної дисципліни «Інтегральні рівняння» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти освітньо-професійної програми «Математичне моделювання систем і процесів» спеціальності 113 Прикладна математика / Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка», каф. прикладної математики. – Д. : НТУ «ДП», 2025. – 14 с.

Розробниця – Олевська Юлія Борисівна, доцентка, канд. фіз.-мат. наук, доцентка кафедри прикладної математики.

Робоча програма регламентує:

- мету дисципліни;
- дисциплінарні результати навчання, сформовані на основі трансформації очікуваних результатів навчання освітньої програми;
- базові дисципліни;
- обсяг і розподіл за формами організації освітнього процесу та видами навчальних занять;
- програму дисципліни (тематичний план за видами навчальних занять);
- алгоритм оцінювання рівня досягнення дисциплінарних результатів навчання (шкали, засоби, процедури та критерії оцінювання);
- інструменти, обладнання та програмне забезпечення;
- рекомендовані джерела інформації.

Робоча програма призначена для реалізації компетентнісного підходу під час планування освітнього процесу, викладання дисципліни, підготовки студентів до контрольних заходів, контролю провадження освітньої діяльності, внутрішнього та зовнішнього контролю забезпечення якості вищої освіти, акредитації освітніх програм у межах спеціальності.

Погоджено рішенням методичної комісії за спеціальністю F1 Прикладна математика (113 Прикладна математика)(протокол № 8 від 29.08.2025).

ЗМІСТ

1 МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ	4
2 ОЧІКУВАНІ ДИСЦИПЛІНАРНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ.....	4
3 БАЗОВІ ДИСЦИПЛІНИ.....	5
4 ОБСЯГ І РОЗПОДІЛ ЗА ФОРМАМИ ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ ТА ВИДАМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ.....	5
5 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ЗА ВИДАМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ.....	5
6 ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ.....	6
6.1 Шкали.....	7
6.2 Засоби та процедури	7
6.3 Критерії	8
7 ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	12
8 РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ.....	12

1 МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

В освітньо-професійній програмі «Математичне моделювання систем і процесів» спеціальності 113 Прикладна математика здійснено розподіл програмних результатів навчання (ПРН) за організаційними формами освітнього процесу. Зокрема, до дисципліни Ф23 «Інтегральні рівняння» віднесено такі результати навчання:

РН05	Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.
РН06	Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

Мета дисципліни «Інтегральні рівняння» – формування у здобувачів вищої освіти компетентностей щодо використання й адаптування математичних теорій, методів та прийомів для доведення математичних тверджень і теорем; здатності виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;

Реалізація мети вимагає трансформації програмних результатів навчання в дисциплінарні та адекватний відбір змісту навчальної дисципліни за цим критерієм.

2 ОЧІКУВАНІ ДИСЦИПЛІНАРНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Шифр ПРН	Дисциплінарні результати навчання (ДРН)	
	шифр ДРН	зміст
РН05	РН05-Ф23	Знати фундаментальний теоретичний матеріал, володіти основами та принципами аналізу даних різних структур, заснованих на фундаментальних математичних підходах.
РН06	РН06-Ф23	Формалізувати задачі, сформульовані мовою інтегральних рівнянь, формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення, розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами.

3 БАЗОВІ ДИСЦИПЛІНИ

Назва дисципліни	Здобуті дисциплінарні результати навчання
Б1 Математичний аналіз	Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами
Ф22 Функціональний аналіз	Володіти основними положеннями та методами функціонального аналізу. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

4 ОБСЯГ І РОЗПОДІЛ ЗА ФОРМАМИ ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ ТА ВИДАМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ

Вид навчальних занять	Обсяг, години	Розподіл за формами навчання, години			
		денна		заочна	
		аудиторні заняття	самостійна робота	аудиторні заняття	самостійна робота
лекційні	60	26	34	-	-
практичні	30	13	17	-	-
РАЗОМ	90	39	51	-	-

5 ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ ЗА ВИДАМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ

Шифри ДРН	Види та тематика навчальних занять	Обсяг складових, години
	ЛЕКЦІЇ	60
РН05-Ф23	1. Вступ. Базові поняття.	6
	1.1. Вступ. Приклади задач, що приводять до інтегральних рівнянь. Основні класи інтегральних рівнянь. Додаткові поняття. Умова належності ядра простору Гільберта.	
РН05-Ф23, РН06-Ф23	2. Теорія Фредгольма.	16
	2.1. Рівняння з виродженими ядрами. Загальний випадок.	
	2.2. Застосування чисельного інтегрування. Рівняння з малими ядрами. Збурення ядра.	
	2.3. Дослідження неперервності розв'язків. Рівняння Вольтерра II роду.	

Шифри ДРН	Види та тематика навчальних занять	Обсяг складових, години
РН05-Ф23, РН06-Ф23	3. Рівняння з симетричними ядрами.	10
	3.1. Випадок симетричного ядра. Розкладання ядра по власним функціям.	
	3.2. Застосування розкладу ядра по власним функціям. Екстремальна властивість характеристичних чисел.	
РН05-Ф23, РН06-Ф23	4. Деякі спеціальні класи рівнянь.	10
	4.1. Рівняння Вольєрра I роду. Рівняння Фредгольма I роду з симетричним ядром. Рівняння Фредгольма I роду, загальний випадок.	
	4.2. Рівняння Вольєрра з різницеvim ядром. Рівняння Фредгольма з різницеvim ядром на осі.	
РН05-Ф23, РН06-Ф23	5. Сингулярні інтегральні рівняння.	10
	5.1. Сингулярні інтеграли. Формули обернення. Безпосереднє застосування формул обернення.	
	5.2. Перехід до крайової задачі. Загальний замкнений контур. Незамкнений контур.	
РН05-Ф23, РН06-Ф23	6. Нелінійні інтегральні рівняння.	8
	6.1. Нелінійні інтегральні рівняння. Перехід до скінченних рівнянь. Метод ітерацій. Метод малого параметра. Рівняння з параметром. Розгалуження розв'язків.	
	ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ	30
РН06-Ф23	Тема 1. Розглядання прикладів за темами основних понять.	8
	Тема 2. Розв'язання задач на застосування чисельного інтегрування.	10
	Тема 3. Розв'язання задач переходу від несиметричного ядра до симетричного.	10
	Тема 4. Розв'язання задач на методи диференціювання інтегральних рівнянь.	16
	Тема 5. Розв'язання задач, пов'язаних зі специфікою сингулярних інтегралів.	14
	Тема 6. Застосування різних методів розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь.	12
РАЗОМ		90

6 ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Сертифікація досягнень студентів здійснюється за допомогою прозорих процедур, що ґрунтуються на об'єктивних критеріях відповідно до Положення університету «Про оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти».

Досягнутий рівень компетентностей відносно очікуваних, що ідентифікований під час контрольних заходів, відображає реальний результат навчання студента за дисципліною.

6.1 Шкали

Оцінювання навчальних досягнень студентів НТУ «ДП» здійснюється за рейтинговою (100-бальною) та інституційною шкалами. Остання необхідна (за офіційною відсутністю національної шкали) для конвертації (переведення) оцінок мобільних студентів.

Шкали оцінювання навчальних досягнень студентів НТУ «ДП»

Рейтингова	Інституційна
90...100	відмінно / Excellent
74...89	добре / Good
60...73	задовільно / Satisfactory
0...59	незадовільно / Fail

Кредити навчальної дисципліни зараховуються, якщо студент отримав підсумкову оцінку не менше 60-ти балів. Нижча оцінка вважається академічною заборгованістю, що підлягає ліквідації відповідно до Положення про організацію освітнього процесу НТУ «ДП».

6.2 Засоби та процедури

Зміст засобів діагностики спрямовано на контроль рівня сформованості знань, умінь/навичок, комунікації, автономії та відповідальності студента за вимогами НРК до 6-го кваліфікаційного рівня під час демонстрації регламентованих робочою програмою результатів навчання.

Студент на контрольних заходах має виконувати завдання, орієнтовані виключно на демонстрацію дисциплінарних результатів навчання (розділ 2).

Засоби діагностики, що надаються студентам на контрольних заходах у вигляді завдань для поточного та підсумкового контролю, формуються шляхом конкретизації вихідних даних та способу демонстрації дисциплінарних результатів навчання.

Засоби діагностики (контрольні завдання) для поточного та підсумкового контролю дисципліни затверджуються кафедрою.

Види засобів діагностики та процедур оцінювання для поточного та підсумкового контролю дисципліни подано нижче.

Засоби діагностики та процедури оцінювання

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ			ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ	
навчальне заняття	засоби діагностики	процедури	засоби діагностики	процедури
лекції	контрольні завдання за кожною темою	виконання завдання під час лекцій	комплексна контрольна робота (ККР)	визначення середньозваженого результату поточних

практичні	контрольні завдання за кожною темою	виконання завдань під час практичних занять		контролів; виконання ККР під час заліку за бажанням студента
-----------	-------------------------------------	---	--	---

Під час поточного контролю лекційні заняття оцінюються шляхом визначення якості виконання контрольних конкретизованих завдань. Практичні заняття оцінюються якістю виконання контрольного завдання.

Якщо зміст певного виду занять підпорядковано декільком складовим опису кваліфікаційного рівня, то інтегральне значення оцінки може визначатися з урахуванням вагових коефіцієнтів, що встановлюються викладачем.

За наявності рівня результатів поточних контролів з усіх видів навчальних занять не менше 60 балів, підсумковий контроль здійснюється без участі студента шляхом визначення середньозваженого значення поточних оцінок.

Незалежно від результатів поточного контролю кожен студент під час заліку має право виконувати ККР, яка містить завдання, що охоплюють ключові дисциплінарні результати навчання.

Кількість конкретизованих завдань ККР повинна відповідати відведеному часу на виконання. Кількість варіантів ККР має забезпечити індивідуалізацію завдання.

Значення оцінки за виконання ККР визначається середньою оцінкою складових (конкретизованих завдань) і є остаточним.

Інтегральне значення оцінки виконання ККР може визначатися з урахуванням вагових коефіцієнтів, що встановлюється кафедрою для кожної складової опису кваліфікаційного рівня за НРК.

6.3 Критерії

Реальні результати навчання студента ідентифікуються та вимірюються відносно очікуваних під час контрольних заходів за допомогою критеріїв, що описують дії студента для демонстрації досягнення результатів навчання.

Для оцінювання виконання контрольних завдань під час поточного контролю лекційних і практичних занять в якості критерію використовується коефіцієнт засвоєння, що автоматично адаптує показник оцінки до рейтингової шкали:

$$O_i = 100 a/m,$$

де a – число правильних відповідей або виконаних суттєвих операцій відповідно до еталону рішення; m – загальна кількість запитань або суттєвих операцій еталону.

Індивідуальні завдання та комплексні контрольні роботи оцінюються експертно за допомогою критеріїв, що характеризують співвідношення вимог до рівня компетентностей і показників оцінки за рейтинговою шкалою.

Зміст критеріїв спирається на компетентнісні характеристики, визначені НРК для бакалаврського рівня вищої освіти (подано нижче).

Загальні критерії досягнення результатів навчання для 6-го кваліфікаційного рівня за НРК

Опис кваліфікаційного рівня	Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії	Показник оцінки
Знання		
◆ концептуальні наукові та практичні знання, критичне осмислення теорій, принципів, методів і понять у сфері професійної діяльності та/або навчання	Відповідь відмінна – правильна, обґрунтована, осмислена. Характеризує наявність: - концептуальних знань; - високого ступеню володіння станом питання; - критичного осмислення основних теорій, принципів, методів і понять у навчанні та професійній діяльності	95-100
	Відповідь містить негрубі помилки або описки	90-94
	Відповідь правильна, але має певні неточності	85-89
	Відповідь правильна, але має певні неточності й недостатньо обґрунтована	80-84
	Відповідь правильна, але має певні неточності, недостатньо обґрунтована та осмислена	74-79
	Відповідь фрагментарна	70-73
	Відповідь демонструє нечіткі уявлення студента про об'єкт вивчення	65-69
	Рівень знань мінімально задовільний	60-64
	Рівень знань незадовільний	<60
Уміння/навички		
◆ поглиблені когнітивні та практичні уміння/навички, майстерність та інноваційність на рівні, необхідному для розв'язання складних спеціалізованих задач і практичних проблем у сфері професійної діяльності або навчання	Відповідь характеризує уміння: - виявляти проблеми; - формулювати гіпотези; - розв'язувати проблеми; - обирати адекватні методи та інструментальні засоби; - збирати та логічно й зрозуміло інтерпретувати інформацію; - використовувати інноваційні підходи до розв'язання завдання	95-100
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності з негрубими помилками	90-94
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації однієї вимоги	85-89
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації двох вимог	80-84
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації трьох вимог	74-79
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації чотирьох вимог	70-73
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності при виконанні завдань за зразком	65-69
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання при виконанні завдань за зразком, але з неточностями	60-64

Опис кваліфікаційного рівня	Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії	Показник оцінки
	рівень умінь/навичок незадовільний	<60
Комунікація		
♦ донесення до фахівців і нефахівців інформації, ідей, проблем, рішень, власного досвіду та аргументації; ♦ збір, інтерпретація та застосування даних; ♦ спілкування з професійних питань, у тому числі іноземною мовою, усно та письмово	Вільне володіння проблематикою галузі. Зрозумілість відповіді (доповіді). Мова: - правильна; - чиста; - ясна; - точна; - логічна; - виразна; - лаконічна. Комунікаційна стратегія: - послідовний і несуперечливий розвиток думки; - наявність логічних власних суджень; - доречна аргументації та її відповідність відстоюваним положенням; - правильна структура відповіді (доповіді); - правильність відповідей на запитання; - доречна техніка відповідей на запитання; - здатність робити висновки та формулювати пропозиції	95-100
	Достатнє володіння проблематикою галузі з незначними хибами. Достатня зрозумілість відповіді (доповіді) з незначними хибами. Доречна комунікаційна стратегія з незначними хибами	90-94
	Добре володіння проблематикою галузі. Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано три вимоги)	85-89
	Добре володіння проблематикою галузі. Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано чотири вимоги)	80-84
	Добре володіння проблематикою галузі. Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано п'ять вимог)	74-79
	Задовільне володіння проблематикою галузі. Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано сім вимог)	70-73
	Часткове володіння проблематикою галузі. Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та комунікаційна стратегія з хибами (сумарно не реалізовано дев'ять вимог)	65-69
	Фрагментарне володіння проблематикою галузі. Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та	60-64

Опис кваліфікаційного рівня	Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії	Показник оцінки
	комунікаційна стратегія з хибами (сумарно не реалізовано 10 вимог)	
	Рівень комунікації незадовільний	<60
Відповідальність і автономія		
♦ управління складною технічною або професійною діяльністю чи проектами; ♦ спроможність нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень у непередбачуваних робочих та/або навчальних контекстах; ♦ формування суджень, що враховують соціальні, наукові та етичні аспекти; ♦ організація та керівництво професійним розвитком осіб та груп; ♦ здатність продовжувати навчання із значним ступенем автономії	Відмінне володіння компетенціями менеджменту особистості, орієнтованих на:	95-100
	1) управління комплексними проектами, що передбачає:	
	- дослідницький характер навчальної діяльності, позначена вмінням самостійно оцінювати різноманітні життєві ситуації, явища, факти, виявляти і відстоювати особисту позицію;	
	- здатність до роботи в команді;	
	- контроль власних дій;	
	2) відповідальність за прийняття рішень в непередбачуваних умовах, що включає:	
	- обґрунтування власних рішень положеннями нормативної бази галузевого та державного рівнів;	
	- самостійність під час виконання поставлених завдань;	
	- ініціативу в обговоренні проблем;	
	- відповідальність за взаємовідносини;	
	3) відповідальність за професійний розвиток окремих осіб та/або груп осіб, що передбачає:	
	- використання професійно-орієнтованих навичок;	
	- використання доказів із самостійною і правильною аргументацією;	
	- володіння всіма видами навчальної діяльності;	
	4) здатність до подальшого навчання з високим рівнем автономності, що передбачає:	
	- ступінь володіння фундаментальними знаннями;	
	- самостійність оцінних суджень;	
	- високий рівень сформованості загальнонавчальних умінь і навичок;	
	- самостійний пошук та аналіз джерел інформації	
	Упевнене володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано дві вимоги)	90-94
	Добре володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано три вимоги)	85-89
	Добре володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано чотири вимоги)	80-84
	Добре володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано шість вимог)	74-79
	Задовільне володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано сім вимог)	70-73
	Задовільне володіння компетенціями менеджменту особистості (не реалізовано вісім вимог)	65-69
	Рівень відповідальності і автономії фрагментарний	60-64
	Рівень відповідальності і автономії незадовільний	<60

7 ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Комп'ютерне та мультимедійне обладнання. Дистанційні платформи Moodle, MS Teams.

8 РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

8.1 Основна література

1. Лопушанська Г. П., Пасічник О. В. Інтегральні рівняння і застосування: навчальний посібник. Львів : Львівський національний університет імені Івана Франка, 2022. 111 с.
2. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні та інтегральні рівняння [Електронний ресурс] : навч. посіб., 3-тє вид., випр. Івано-Франківськ : Прикарпатський нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2021. 248 с. URL: http://lib.pnu.edu.ua:8080/bitstream/123456789/11111/1/physlec_3v.pdf.
3. Швець О. Ю. Диференціальні та інтегральні рівняння [Електронний ресурс] : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 189 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48178>.
4. Практикум з розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь : навч. посіб. / МОН України, Уманський держ. пед. ун-т імені Павла Тичини; уклад. М. В. Дудик. – Бровари : АНФ груп, 2021. – 107 с.

8.2 Допоміжна література

1. Singh J. Integral equations and calculus of variations. Maharshi Dayanand University Pres, 2021. 100 p.
2. Гнатушенко В. В., Олевська Ю. Б., Олевський В. І. Методи апроксимації рядами та їх застосування в біологічних і технічних задачах : монографія. Кременчук : Видавництво «НОВАБУК», 2024. 202 с.

Інформаційні ресурси

1. Олевська Ю. Б. Інтегральні рівняння 113 (F1) – доц. Ю. Б. Олевська [Електронний ресурс]. НТУ «Дніпровська політехніка». URL: <https://do.nmu.org.ua/course/view.php?id=7512>.
2. Методичні розробки кафедри прикладної математики НТУ «Дніпровська політехніка». URL: <https://vm.nmu.org.ua/metod.html>.
3. Олевська Ю.Б. Відеокурс «Вища математика для студентів інженерних спеціальностей» [Електронний ресурс]. YouTube. URL: <https://www.youtube.com/user/ojuliatube>.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«Інтегральні рівняння»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
освітньо-професійної програми «Математичне моделювання систем і процесів»
зі спеціальності 113 Прикладна математика

Розробниця:
Юлія Борисівна Олевська

В редакції авторки

Підготовлено до виходу в світ
у Національному технічному університеті
«Дніпровська політехніка».
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 1842
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19